

Aug. 31 Dr

221960

I 221982

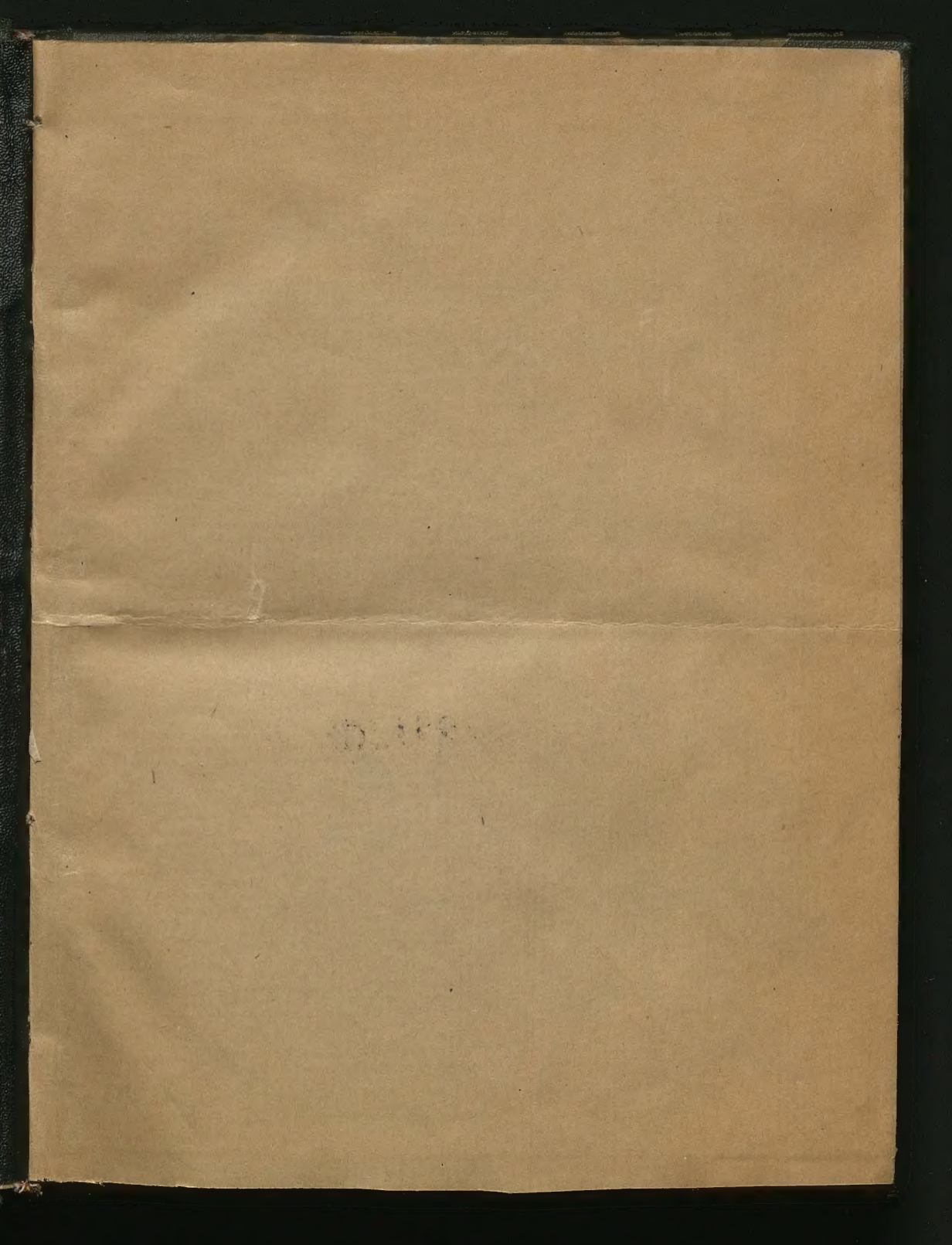




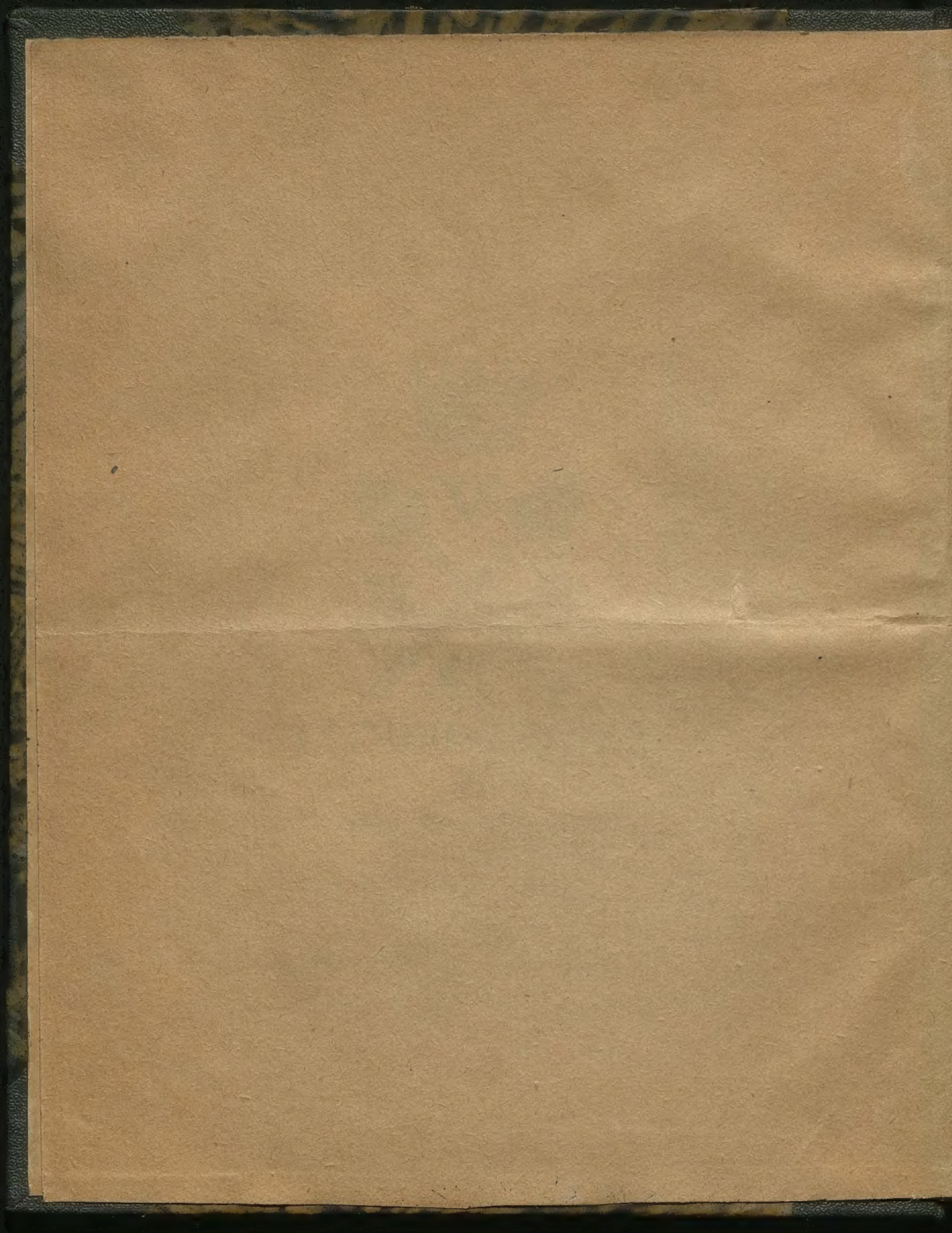
221960-221982

I











11.

221970  
5

DEMONSTRATIONES UNIVERSALES ET OCULARES  
RATIONIS DIAMETRI AD PERIPHERIAM, UT 8: 25.

PROBLEMA I.

1. Determinare summam excessus & defectus 2 quantitatum, quarum altera excessiva, altera defectiva.

Sit quantitas excessiva  $\equiv a$ , excessus ejus supra veram  $\equiv x$ , & defectus defectivæ à vera  $\equiv y$ : erit quantitas vera  $\equiv a - x$ , & defectiva  $\equiv a - x - y$ , quæ ablata ex excessiva  $\equiv a$ , relinquit differentiam  $x + y$ .

*Theorema.* Differentia 2 quantitatum, quarum altera excessiva, altera defectiva, est ipsa summa excessus & defectus.

2. COROLLARIUM. Ablata itaque quantitate defectiva ex excessiva, relinquitur summa excessus & defectus, quam brevitatis causa voco etiam summam  $x + y$ .

PROBLEMA II.

3. Determinare tam excessum, quam defectum 2 quantitatum, quæ cum 3tia communi proportionaliter crescunt, veluti peripheriæ cum diametro, lunulæ cum quadrato diametri &c. & quarum altera inventa fuit per rationem excessivam, altera per defectivam.

Sit diameter  $\equiv a$ , & peripheria excessiva  $\equiv b$ : erit ratio excess. diametri ad periph.  $\equiv a : b$ . Sit porro diameter  $\equiv d$ , & periph. defect.  $\equiv e$ : erit ratio defect. diametri ad periph.  $\equiv d : e$ . Assumpta itaque diametro  $\equiv c$  pro 3tio termino utriusque proportionis, prodeunt peripheriæ  $\frac{bc}{a}$  &  $\frac{ec}{d} \equiv \frac{abc}{ad}$  &  $\frac{aec}{ad} \equiv \frac{db}{ad}$  &  $\frac{ae}{ad}$ , quarum posterior ablata ex priore relinquit summam  $x + y \equiv \frac{db - ae}{ad}$  (§. 2.). Sit jam hujus

numerator  $db - ae \equiv d + a$ , hoc est, sit ille confusus ex utroque denominatore peripheriarum falsarum: quoniam unum æqualium alteri salva quantitate substitui potest: erit quantum  $\frac{d + a}{a d}$  quoque summa ex-

cessus & defectus, & ejus numerator simul aggregatum ex utroque factore  $d$  &  $a$  denominatoris sui  $ad$ . Jam cum nullæ aliæ partes hanc summam ita constituere queant, ut ejus numerator constet ex utroque factore denominatoris sui, seu, quod idem est, ex utroque denominatore peripheriarum falsarum, nisi  $1 : a$  &  $1 : d$ ; palam est, alteram earum esse excessum, alteram defectum. Et quoniam peripheria excess. constat ex vera & excessu, &  $1 : a$  est ejus pars homogenea, evidens est, hanc esse excessum, & alteram defectum.

*Theorema.* Si numerator summæ  $x + y$  est aggregatum ex denominatoribus simplicis peripheriarum (lunularum) excessivæ & defectivæ; necesse est, ut denominator excessus sit idem ac peripheriæ (lunulæ) excessivæ, denominator defectus idem ac defectivæ, & numerator utriusque unitas.



4. COROLLARIUM. Si numerator summæ  $x + y$  est conflatus ex denominatore simplo peripheriæ (lunulæ) excessivæ, & multiplo defectivæ; h. e. ex uno denominatore excessivæ, & pluribus, quam uno defectivæ; designetur numerus hanc pluralitatem denominatorum indicans per  $m$ . Sit itaque summa numerator  $ab - ac$  (§. 3.)  $= md + a$ : erit quantitas  $\frac{md + a}{ad}$  quoque summa excessus & defectus, cujus partes sunt igitur  $\frac{md}{ad} = \frac{m}{a}$  &  $\frac{a}{ad} = \frac{1}{d}$ .

*Theorema.* Si numerator summæ  $x + y$  est conflatus ex uno denominatore peripheriæ (lunulæ) excessivæ, & pluribus, quam uno defectivæ; debet numerus, hanc pluralitatem denominatorum indicans, esse numerator excessus; & unitas numerator defectus.

### P R O B L E M A III.

5. *Determinare rationem diametri ad peripheriam.*

RESOLUTIO. 1.) Assumpta diametro 8 pro 3tio termino cujusvis proportionis, quaratur per rationem excessivam quamcunque, modo non sit major, quam  $1:3\frac{1}{2}$ , peripheria una, & per defectivam  $1:3$  altera. 2.) Peripheria defectiva dematur ex excessivæ, ut innotescat summa  $x + y$ . 3.) Ex numeratore hujus summæ auferatur denominator peripheriæ excès. & residuo subscribatur idem denominator, ita habebitur excessus, unitati autem subscribatur unitas, & prodibit defectus. 4.) Excessus auferatur ex periph. excès.; vel defectus addatur ad defectivam, ita patebit, diametrum esse ad quamlibet periph. hac methodo inventam, ut 8:25.

DEMONSTRATIO. Per rationes 7:22 & 1:3 emergunt peripheriæ  $\frac{176}{7}$  &  $\frac{2}{3} = \frac{176}{7}$  &  $\frac{168}{7}$ , quæ ex se demtæ relinquunt summam  $x + y = \frac{8}{7}$  (§. 2.), ex cujus numeratore denominator 7 peripheriæ excès. subductus relinquit 1; ex quo perspicuum est, numeratorem summæ constare ex 7 & 1, h. e. ex denominatore simplo 7 peripheriæ excès. & denominatore simplo  $= 1$  defectivæ: unde (per §. 3.) excessus est  $\frac{1}{7}$  & defectus  $\frac{1}{7}$ , consequenter peripheria vera  $\frac{176}{7} - \frac{1}{7} = \frac{175}{7} = 25$ ; vel  $\frac{2}{3} + \frac{1}{7} = \frac{25}{7} = 25$ . Per rationes 71:130 & 1:3 oriuntur peripheriæ  $\frac{1840}{71}$  &  $\frac{2}{3} = \frac{1840}{71}$  &  $\frac{1704}{71}$ , quarum differentia exhibet summam  $x + y = \frac{136}{71}$ , ex cujus numeratore denominator 71 peripheriæ excès. ablatus, relinquit 65; ex quo liquet, numeratorem summæ esse conflatum ex 71 & 65, h. e. ex denominatore simplo 71 peripheriæ excès. & 65 denominatoribus  $= 1$  defectivæ. Cum igitur residuum 65 sit numerus indicans pluralitatem denominatorum peripheriæ defect. subscribatur ei denominator excessivæ, ut prodeat excessus  $\frac{65}{71}$ ; unitati autem subscribatur 1, h. e. denominator defectivæ, ut habeatur defectus  $\frac{1}{71}$  (§. 4.). Ergo peripheria vera est  $\frac{1840}{71} - \frac{65}{71} = \frac{1775}{71} = 25$ ; vel  $\frac{2}{3} + \frac{1}{71} = \frac{25}{71} = 25$ . Per rationes 113:367 & 1:3 nascuntur peripheriæ  $\frac{2286}{113}$  &  $\frac{2}{3} = \frac{2286}{113}$  &  $\frac{2712}{113}$ , quæ ex se ablata manifestant

sum-



summam  $x + y = \frac{224}{111}$ , ex cujus numeratore denominator 113 peripheriæ excès. demtus relinquit residuum 111. Ergo numerator summæ est aggregatum ex 113 & 111, h. e. ex denominatore simplo 113 peripheriæ excès. & ex 111 denominatoribus  $= 1$  defectivæ: unde excessus est  $\frac{111}{111}$  & defectus  $\frac{1}{111}$ , consequenter peripheria vera  $\frac{224}{111} - \frac{111}{111} = \frac{2825}{111} = 25$ . Per rationes  $100:313$  &  $1:3$  prodeunt peripheriæ  $\frac{2104}{100}$  &  $2\frac{4}{3} = \frac{2104}{100}$  &  $\frac{2100}{100}$ , quarum differentia sistit summam  $x + y = \frac{104}{100}$ , ex cujus numeratore denominator 100 peripheriæ excès. subductus, dat residuum 4. Ergo numerator summæ componitur ex 100 & 4, h. e. ex denominatore simplo 100 peripheriæ excès. & 4 denominatoribus  $= 1$  defectivæ: adeoque excessus est  $\frac{4}{100}$  & defectus  $\frac{1}{100}$ , consequenter peripheria vera  $\frac{2104}{100} - \frac{4}{100} = \frac{2100}{100} = 21$ . Jam cum per omnes rationes excessivas non majores, quàm  $1:3\frac{1}{4}$ , & defectivam communem  $1:3$  peripheria diametri 8 *semper & sine ulla exceptione* demonstrativè reperiatur  $= 25$ , & ob similitudinem circulorum quævis diameter ad periph. suam eandem habeat rationem; palam est, diametrum quamcunque esse ad peripheriam suam  $= 8:25$ .

#### T H E O R E M A.

6. *Excessus & defectus peripheriarum falsarum per Problema præcedens legitimè determinantur.*

*Demonstratio ocularis.* Ut summa  $x + y$  resolvi queat in partes homogeneas periph. falsarum, requiritur unice, ut ejus numerator sit conflatus ex denominatore simplo periph. excès. & simplo, vel multiplo defectivæ. Huic conditioni autem differentia periph. falsarum diametri 8 semper facit satis. Quoniam itaque numerator imæ summæ  $\frac{9}{7}$  est aggregatum ex utroque denominatore 7 & 1 periph. falsarum, palam est, partes ejus esse  $\frac{7}{7}$  &  $\frac{1}{7}$ , quarum posterior est excessus quæsitus, & prior defectus; sed majoribus terminis expressus: nam per reductionem periph. ad eandem denominationem, termini excessus in periph. excès. contenti non variantur, quia denominator  $= 1$  periph. defectivæ non multiplicat. Termini defectus autem per ductum periph. defectivæ in denominatorem excessivæ toties augentur, quoties in hoc denominatore continetur unitas: adeoque summa  $x + y$  omnino constare debet ex excessu invariato, & defectu per denominatorem periph. excès. ad majores terminos reducto. Dividendo itaque hos terminos majores per eundem denominatorem, necessariò emergere debet defectus quæsitus. Cum itaque pars  $\frac{7}{7}$  reducta per denominatorem 7 periph. excès. ad terminos minores sit  $= \frac{1}{1}$ ; pars  $\frac{1}{7}$  autem per denominatorem  $= 1$  periph. defect. ad minores terminos reduci nequeat, necesse est, ut  $\frac{1}{7}$ , utpote pars homogenea periph. excessivæ, sit excessus, &  $\frac{1}{7}$  ejusdem denominationis cum defectivæ, defectus quæsitus: id quod etiam inde evidens est, quia nullæ aliæ partes summam  $\frac{9}{7}$  ita constituere possunt, ut ejus numerator sit aggregatum ex denominatoribus 7 &



1 peripheriarum falsarum, nisi  $\frac{7}{8}$  &  $\frac{7}{8}$ . 2.) Demto denominatore 71 periph. excessiva ex numeratore 2da summa  $\frac{135}{71}$ , remanent 65: ergo numerator ejus est conflatus ex denominatore simplio 71 periph. excessiva, & 65 denominatoribus  $\equiv 1$  defectiva: unde summa ipsa est  $\equiv \frac{71}{71} + \frac{65}{71} = \frac{1}{1} + \frac{65}{71}$ , consequenter excessus  $\frac{65}{71}$ , & defectus  $\frac{1}{71}$ . 3.) Subducto denominatore 113 periph. exces. ex numeratore 3tia summa  $\frac{225}{113}$ , prodit residuum 111: ergo numerator ejus constat ex denominatore simplio 113. periph. exces. & ex 111 denominatoribus  $\equiv 1$  defectiva: adeoque summa ipsa est  $\equiv \frac{113}{113} + \frac{111}{113} = \frac{1}{1} + \frac{111}{113}$ , consequenter excessus est  $\frac{111}{113}$  & defectus  $\frac{1}{113}$ . 4.) Subtracto denominatore 100 periph. exces. a numeratore 4ta summa  $\frac{100}{100}$ , relinquitur residuum 4: ergo numerator ejus est compositus ex denominatore simplio 100, & 4 denominatoribus  $\equiv 1$  periph. defect. hinc summa ipsa est  $\equiv \frac{100}{100} + \frac{4}{100} = \frac{1}{1} + \frac{4}{100}$ , consequenter excessus  $\frac{4}{100}$ , & defectus  $\frac{1}{100}$ . Jam cum excessus & defectus hac methodo demonstrativa inventi, sint semper iidem, qui reperiuntur per Problema pracedens; manifestum est, per illud excessus & defectus legitimè determinari. Denique causa, cur excessus & defectus periph. falsarum diametri 8 sint semper earundem partes homogeneas, est hæc: Diviso consequente rationis veræ per suum antecedentem, prodit quotus 3 cum  $\frac{1}{8}$ ; jam verò divisio consequentibus rationum excessivarum §. 5ti per suos Antecedentes, emergit quotus 3 cum fractionibus  $\frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{17}$ . Reducendo itaque quamlibet ad eandem denominationem cum  $\frac{1}{8}$ , & auferendo minorem à majori, relinquantur excessus  $\frac{1}{8}, \frac{6}{88}, \frac{11}{88}, \frac{11}{88}$ . Jam cum excessus & defectus peripheriarum diametri 8 crescant in ratione octupla; necesse est, ut excessus periphæriæ 1mæ (§. 5.) sit  $\frac{8}{8} = 1$ ; 2da  $\frac{120}{88} = \frac{6}{11}$ ; 3tia  $\frac{88}{88} = 1$ ; 4ta  $\frac{120}{88} = \frac{6}{11}$ . Et quoniam ratio defectiva 1:3 deficit à vera  $\frac{1}{8}$  parte; manifestum est, peripheriam diametri 8 per hanc rationem inventam in defectu peccare  $\frac{1}{8}$  h. e.  $\frac{1}{8}$ . Ergo. Vel cum periph. sit diametri 3pla cum  $\frac{1}{8}$ , erit posita diametro  $\equiv a$ , periph.  $\equiv 3a + \frac{1}{8}a$ , quæ multiplicata per 8 manifestat periph. diam.  $8a \equiv 24a + \frac{1}{8}a \equiv 25a$ . Ergo quavis periph. ducta in 8 constat ex 25 diametris periph. multiplicatæ. Sit jam periph. exces.  $\equiv 3a + \frac{1}{8}a$ : erit periph. exces. diametri  $8a \equiv 24a + \frac{1}{8}a$ , quæ itaque in excessu peccat  $\frac{1}{8}a$ , quæ ablata ex  $\frac{1}{8}$  relinquit periph. veram  $24a + \frac{7}{8}a \equiv 25a$ , qua divisa per  $a$ , prodit periphæria diametri 8  $\equiv 25$ .

7. COROLLARIUM. Posito denominatore periph. exces.  $\equiv a$ : erit periphæria  $25$ , quæ per demonstrata est vera, reductione facta  $\equiv 25a : a$ , qua ablata ex excessiva, relinquitur excessus solus. Auferendo autem ex eadem defectivam  $25a - a : a$ , relinquitur præter excessum adhuc defectus  $a : a$  (§. 2.); ex quo palam est, numeratorem summa cujusvis per rationem defect. 1:3, & excessivam quamcunque 4:17, 5:28 &c. inventæ, constare ex numeratore excessus &



uno  $a$ , h. e. ex multiplo denominatore periph. defect. & simplō excessivā. Auferendo igitur ex numeratore summæ denominatorem  $\equiv a$  periph. excēs. & scribendo sub residuo eundem denominatorem, necessario prodire debet excessus; ex quo patet universalitas Problematis 3<sup>ti</sup>.

8. SCHOLION. Frustra igitur asseritur, ē solis 2 limitibus quantitatem incognitam (cum cognita in eadem ratione crescentem) nunquam posse determinari. Contrarium extēplō patebit ex 3 punctis sequentibus, quæ nemo in dubium vocare potest. 1.) Si ratio vera quadrati diametri ad lunulam nondum innotuisset; reperiretur ea demonstrativē hoc modo: Per rationem excēs. 33 : 10 & defectivā 5 : 1 prodeunt, assumpto diametri quadrato 4 pro 3<sup>io</sup> termino proportionum, lunulæ falsæ  $\frac{4}{33}$  &  $\frac{4}{5} = \frac{20}{33}$  &  $\frac{132}{132}$  (en itaque limites, intra quos continetur lunula vera) quarum differentia exhibet summam  $x + y = \frac{16}{33}$ , ex cujus numeratore denominator 33 lunulæ excēs. ablatu, relinquit 35: ergo numerator summæ constat ex denominatore simplō 33 & ex 7 denominatoribus  $\equiv 5$  lunulæ defect. consequenter summa ipsa est  $\equiv \frac{33}{33} + \frac{35}{33}$ . Jam cum termini excessus ob multiplicationem integre lunulæ excēs. per 5 quinq̄ies, & termini defectus per ductum integre lunulæ defect. in 33 tricies ter fuerint aucti, opus est, per eosdem denominatores 33 & 5 partes  $\frac{33}{33}$  &  $\frac{35}{33}$  ad minores terminos  $\frac{1}{3}$  &  $\frac{7}{33}$  reducere, quarum posterior, utpote pars homogenea lunulæ excēs. est excessus, & prior, ejusdem denominationis cum defectivā, defectus: adeoque lunula vera est  $\frac{33}{33} - \frac{7}{33} = \frac{26}{33} = 1$ ; vel  $\frac{1}{3} + \frac{7}{33} = \frac{1}{3} = 1$ , ad quam igitur quadratum diametri est, ut 4 : 1. Ergo. 2.) Per rationes 7 : 2 & 13 : 3; 15 : 4 & 21 : 5; 23 : 6 & 29 : 7 oriuntur lunulæ falsæ  $\frac{4}{7}, \frac{12}{13}, \frac{16}{15}, \frac{20}{21}, \frac{24}{23}$  &  $\frac{28}{29}$ . Jam cum per Theorema Hippocratis lunula respondens quadrato 4, sit  $\equiv 1$ ; patet ad oculum, lunularum excessivarum excessus esse  $\frac{1}{7}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{21}, \frac{1}{23}$  & defectivarum defectus  $\frac{1}{7}, \frac{1}{21}, \frac{1}{29}$  & quidem hanc ob causam, quia numerator cujuslibet summæ excessus & defectus constat ex denominatoribus simplis lunularum falsarum. 3.) Per rationes excessivas 25 : 7, 27 : 8, 30 : 9 & per defectivā communem 5 : 1 emergunt lunulæ excēs.  $\frac{25}{7}, \frac{27}{8}, \frac{30}{9}$ , & defectivā communis  $\frac{5}{5}$ ; ex quo denuo apparet ad oculum, excessus esse  $\frac{25}{7}, \frac{27}{8}, \frac{30}{9}$  & defectum communem  $\frac{5}{5}$ , quorum causa est hæc, quia numerator cujusvis summæ est conflatus ex denominatore simplō lunulæ excēs. & multiplo defectivæ, nempe numerator. imæ summæ ex 3, 2dæ ex 5, & 3<sup>tiæ</sup> ex 6 denominatoribus  $\equiv 5$  lunulæ defectivæ. Ergo de veritate Theorematum præcedentium dubitare non licet. Ergo & ratio diametri ad periph.  $\equiv 8 : 25$  ope eorum inventa & demonstrata, extra omnem dubitationis aleam est posita: id quod nemo nisi invidiæ veneno suffusus inficiabitur.

9. COROLLARIUM. Posita diametro  $\equiv a$ , & peripheria  $\equiv p$ , prodit ratio quadrati diametri ad circulum  $\equiv aa : ap = 4a : p$ , & cubi



diametri ad sphaeram  $\equiv aaa : aap : 6 \equiv 6 a : p$ . Jam cum diameter sit ad periph. ut  $8 : 25$ ; palam est, quadratum diametri esse ad circulum, ut  $32 : 25$ , & cubum diametri ad sphaeram, ut  $48 : 25$ .

P R O B L E M A IV.

10. *Determinare rationem diametri ad peripheriam aliter.*

RESOLUTIO. 1.) Ratio excessiva diametri ad periph. quaecunque, non major tamen quam  $1 : 3\frac{1}{2}$ , multiplicetur per 8, si ejus Antecedens non est divisibilis per hunc numerum, & consequenti novo per hanc multiplicationem orto subscribatur Antecedens novus, ut habeatur periphæria excès. respondens diametro 1; consequenti autem rationis defectivæ  $8 : 24$  subscribatur ejus Antecedens, ut prodeat periphæria defectiva. 2.) Ambæ periphæriæ inventæ subtrahantur à se invicem, ut relinquatur earundem summa excèsus & defectus. 3.) Ex numeratore hujus summæ dematur denominator periphæriæ excès. & residuo subscribatur denominator communis; idem denominator subscribatur etiam denominatori periphæriæ excès. quo facto prodibunt excèsus & defectus, sed majoribus terminis expressi. 4.) Hi termini majores reducantur ad minores per denominatores periphæriarum falsarum, ita prodibunt partes quasitæ, quarum ea, quæ est ejusdem denominationis cum periph. excès. est excèsus, & altera defectus; ablato deinde priore ex periph. excès. vel addito posteriore ad defectivam, prodit periphæria vera semper  $\equiv 2\frac{1}{5}$ .

E. gr. Per rationem excessivam  $100 : 325 \equiv 800 : 2600$ , & defectivam  $8 : 24$  prodeunt, posita diametro  $\equiv 1$ , periphæriæ  $\frac{2600}{800}$  &  $2\frac{1}{3} \equiv \frac{20800}{6400}$  &  $\frac{19200}{6400}$ , quarum differentia sistit summam excèsus & defectus  $\equiv \frac{1600}{6400}$ , ex cujus numeratore denominator 800 periphæriæ excessivæ subductus dat residuum 800, cui subscribendo denominatorem communem 6400, prodit una pars nempe  $\frac{800}{6400}$ ; subscribendo autem denominatori 800 periph. excès. eundem denominatorem communem, oritur pars altera  $\frac{800}{6400}$ . Reductis deinde hisce partibus ad minores terminos per denominatores 8 & 800 periphæriarum falsarum, emergunt æquivalentes  $\frac{192}{800}$  &  $\frac{1}{8}$ , quarum prior est excèsus & posterior defectus, consequenter periphæria vera  $\frac{2600}{800} - \frac{192}{800} \equiv \frac{2408}{800} \equiv 2\frac{1}{5}$ ; vel  $2\frac{1}{3} + \frac{1}{8} \equiv 2\frac{1}{5}$ .

DEMONSTRATIO. Ratio, cujus Antecedens non est divisibilis per 8, ideo per hunc numerum multiplicatur, ut excèsus evadat pars homogenea periph. excès.; ex Proportionum scientia autem constat, æqualitatem rationum non tolli; per quemcunque numerum eæ multiplicentur; 2dum punctum resolutionis patet (ex §. 2.); 3tium & 4tum autem ita demonstratur. Quoniam ablato denominatore 800 periph. excès. ex numeratore summæ  $\frac{1600}{6400}$ , remanent 800; palam est, hunc numeratorem esse conflatum ex denominatore 800 periph. excès. & adhuc ex 800, h. e. ex 100 denominatoribus  $\equiv 8$  periphæriæ defectivæ: ergo summa  $\frac{1600}{6400}$  est  $\equiv \frac{800}{6400} + \frac{800}{6400}$ . Jam cum termini excèsus in peri-



peripheria excessiva  $\frac{2500}{800}$  contenti ob ejus reductionem ad denominatorem 6400 per denominatorem 8 peripheria defect. octies, & termini defectus ob multiplicationem integræ periph. defect. per denominatorem 800 periph. excres. octingentis vicibus fuerint aucti; opus est, per eosdem denominatores 8 & 800 partes  $\frac{500}{800}$  &  $\frac{1200}{800}$  ad minores terminos reducere, ut prodeant æquivalentes  $\frac{5}{8}$  &  $\frac{3}{4}$ , quarum prior, quæ est pars homogenea peripheria excres. necessariò debet esse excessus, & posterior utpote ejusdem denominationis cum defectiva, defectus quasitus, siquidem nullæ partes summam  $\frac{1200}{800}$  ita producere possunt, ut ejus numerator sit aggregatum ex denominatore simplo 800 peripheria excessiva & 100 denominatoribus = 8 peripheria defectiva nisi  $\frac{100}{800}$  &  $\frac{1}{8}$ . Jam cum excessus & defectus cujuslibet summæ inventæ per rationem defectivam communem 8 : 24 & excessivam pro libitu assumptam, modo non sit major quàm 1 :  $3\frac{1}{2}$ , per hoc Probléma, assumpta diametro = 1, legitimè possint determinari, & ablati prioribus ex peripheriis excessivis, vel additis posterioribus ad defectivas. peripheria vera diametri = 1, semper prodeat =  $\frac{2}{3}$ ; evidens est diametrum esse ad peripheriam, ut 1 :  $\frac{2}{3}$  = 8 : 25.

#### P R O B L E M A V.

II. *Determinare rationem. quadrati diam. ad Circulum.*

RESOLUTIO. 1.) Assumpto dimidio quadrato 32 diametri 8 pro 3tio termino cujusvis proportionis, queratur per rationem excres. quadrati diametri ad Circulum quancunque, modo non sit major, quàm 16 : 13, semicirculus excessivus, & per defectivam = 4 : 3 semicirculus defectivus  $\frac{2}{3}$ , qui reductus ad terminos minimos est =  $\frac{24}{4}$ . 2.) Semicirculus defect.  $\frac{24}{4}$  subtrahatur à semicirculo excres. ut innotescat summa  $x + y$ . 3.) Ex numeratore hujus summæ auferatur denominator semicirculi excres. & residuo subscribatur idem denominator, ita habebitur excessus, unitati autem subscribatur unitas, & prodibit defectus; ablato deinde, priore ex semicirculo excres. vel addito posteriore ad semicirculum defect. patebit, dimidium quadratum 32 esse ad semicirculum quencunque hac methodo inventum ut 32 : 25.

E. gr. Semicirculus per rationem 400 : 325 inventus, est  $\frac{10000}{4000}$  & defectivus, ut jam innui  $\frac{25}{4} = \frac{2500}{400}$ , qui ablati ex priore exhibet summam  $x + y = \frac{8000}{400}$  (§. 2.), ex cujus numeratore denominator 400 semicirculi excres. ablati relinquit 400. Subscribendo igitur huic residuo denominatorem 40 semicirculi excres. prodit excessus  $\frac{4000}{400}$ ; subscrubendo deinde unitati unitatem, emergit defectus  $\frac{1}{4}$ . Ergo semicirculus verus est  $\frac{10000}{4000} - \frac{4000}{4000} = \frac{10000}{4000} = 25$ ; vel  $\frac{25}{4} + \frac{1}{4} = \frac{26}{4} = 25$  &c.

DEMONSTRATIO. Ablato denominatore 400 semicirculi excessivi ex numeratore summæ  $\frac{8000}{400}$ , remanent 400 : Ergo hic numerator est conflatus ex denominatore simplo 400 semicirculi excres. & 400 denominatoribus = 1 semicirculi defect. adeoque summa ipsa est =  $\frac{4000}{4000} + \frac{4000}{4000}$ .



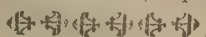
†  $\frac{400}{32}$ . Jam cum termini defectus semicirculi defect.  $\frac{24}{1}$  per ejus reductionem ad denominatorem 400 quidringentis vicibus fuerint aucti, termini excessus autem ne semel quidem, quia unitas non multiplicat; necesse est, unam priorum partium per eundem denominatorem 400 reducere ad terminos minimos, ut emergat  $\frac{1}{4}$ . Ergo summa  $x + y$  partes quasita sunt  $\frac{400}{32}$  &  $\frac{1}{4}$ , quarum prior, quæ est pars homogenea semicirculi excès. est excessus, & posterior defectus: adeoque semicirculus verus est  $\frac{12400}{400} - \frac{400}{400} = \frac{12000}{400} = 30$ ; vel  $\frac{24}{32} + \frac{1}{4} = \frac{25}{32} = 25$ , & dimidium quadratum diametri ad semicirculum quemcunque hac meth. ido determinatum, ut  $32 : 25$ . Jam cum valeat proportio: ut dimidium quadratum diametri ad semicirculum, ita quadratum integrum ad circulum integrum; palam est, quadratum diametri cujuscunque esse ad circulum, ut  $32 : 25$ . Ergo etiam diameter est ad peripheriam, ut  $8 : 25$  (§. 9.).

#### P R O B L E M A VI.

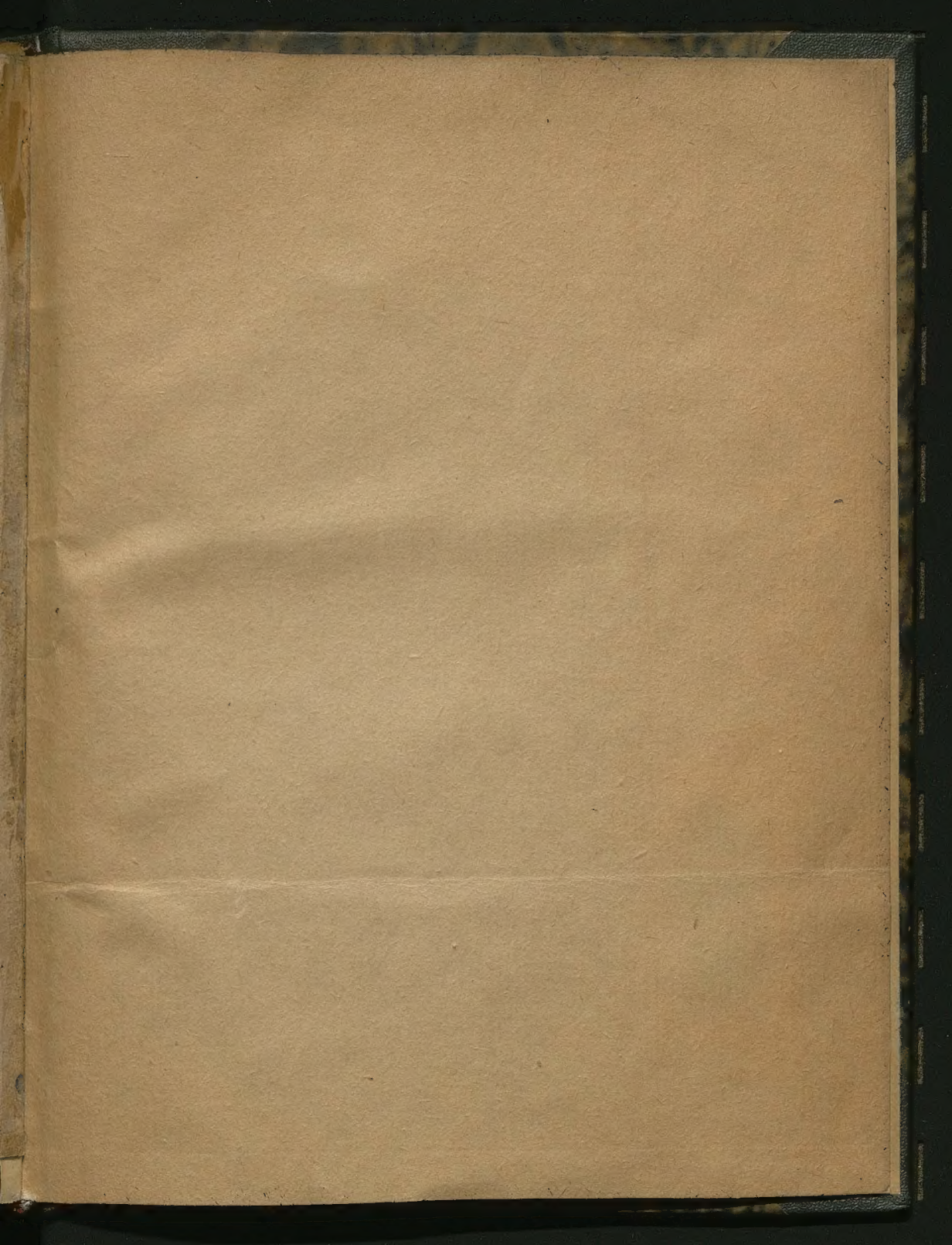
12. *Determinare rationem quadrati diametri ad segmentum, quod est complementum lunulæ ad semicirculum.*

RESOLUTIO. Assumpto diametri quadrato 64 pro 3tio termino cujusvis proportionis, quaratur per rationem excès. quadrati diam. ad segmentum quamcunque, modo non sit major, quam  $32 : 5$ , segmentum excès. & per rationem defect.  $8 : 1$  segmentum defect. quod itaque erit  $\frac{64}{8} = 8$ . Reliqua peragantur ut ante. E. gr. Segmentum per rationem excès.  $200 : 31$  repertum, est  $\frac{1204}{31}$  & defectivum  $\frac{1}{31} = \frac{1400}{31}$ , quod subductum ex excessivo manifestat summam  $x + y = \frac{367}{31}$ , ex cujus numeratore denominator 200 segmenti excès. ablati, relinquit residuum 184, cui subscribendo denominatorem 200 segmenti excessivi prodit excessus  $\frac{184}{200}$ , qui ablati ex segmento excessivo relinquit verum  $\frac{1500}{200} = 7\frac{1}{2}$ .

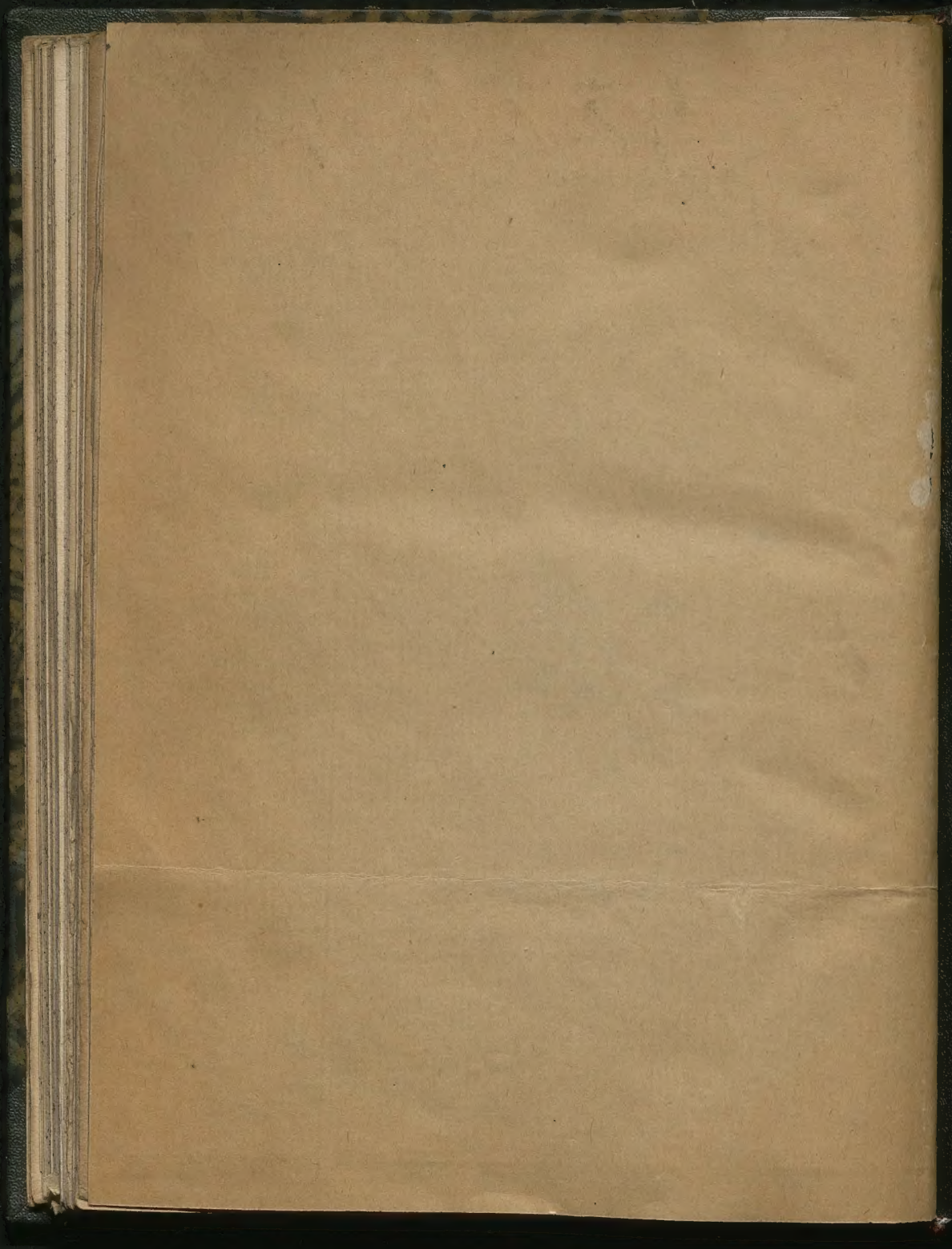
DEMONSTRATIO. Quoniam ablato denominatore 200 segmenti excès. ex numeratore summæ  $x + y$ , remanent 184; palam est, ipsum constare ex denominatore 200 segmenti excès. & 184 denominatoribus  $= 1$  defectivi, consequenter summam ipsam esse  $= \frac{184}{200} + \frac{1}{200}$ . Jam cum termini defectus ob reductionem segmenti defect. ad denominatorem 200 ducentes fuerint aucti; opus est, eos per eundem denominatorem 200 iterum dividere, ut prodeat defectus quasitus  $\frac{1}{4}$ . Jam verò termini excessus manserunt invariati, quia denominator  $= 1$  non multiplicat: unde altera pars.  $\frac{184}{200}$  est excessus, consequenter segmentum verum  $\frac{1204}{200} - \frac{184}{200} = \frac{1020}{200} = 5\frac{1}{5}$ ; vel  $\frac{8}{1} + \frac{1}{4} = \frac{33}{4} = 8\frac{1}{4}$ . Et quoniam excèsus & defectus segmentorum falsorum (ex qualibet summa inventa per rationem defect.  $8 : 1$ , & excessivam pro arbitrio assumptam, non majorem tamen, quam  $32 : 5$ ) legitime determinantur, & ope eorum segmentum verum semper prodit  $= 9$ ; evidens est, quadratum diametri cujuscunque esse ad segmentum, ut  $64 : 9$ . Ex quo denuo legitime inferi potest, diametrum esse ad periph. ut  $8 : 25$ .





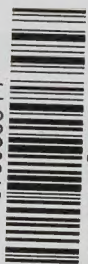








Biblioteka Jagiellońska



stdr0026012

Introlig: K. Wójcik  
Zwierzyniecka 10



